

Пространственная реконструкция откликов времяпроекционной камеры детектора MPD на прохождение заряженных частиц

П. Батюк, С. Мерц, О. Рогачевский $^{\rm c}$

ЛФВЭ, ОИЯИ, Дубна

Аннотация

В работе представлено краткое описание детектора MPD и основной его детекторной подсистемы - времяпроекционной камеры (TPC). Для нахождения откликов частиц (хитов) на торцевых считывающих плоскостях TPC (пэдовых плоскостях) был разработан алгоритм поиска кластеров, результатом работы которого является нахождение координат реалистичных хитов в TPC. Приведены качественные и количественные оценки точности алгоритма. Делается сравнение полученных результатов с результатами экспериментов STAR и ALICE. Подчеркивается важность процедуры нормализации ошибок полученных хитов с целью их дальнейшего использования в качестве входных данных для трекинга. В заключение, показаны оценочные значения импульсного разрешения в зависимости от различных версий геометрии TPC.

^abatyuk@jinr.ru

^bsergey.merts@gmail.com

^crogachevsky@jinr.ru

Введение

Одной из актуальных задач в ядерной релятивистской физике является изучение горячей и плотной барионной материи. Интерес к исследованию обуславливается возможностью обнаружить новое состояние вещества - кварк-глюонную плазму, существование которой было предсказано квантовой хромодинамикой и которая является предметом исследования современных экспериментов физики высоких энергий [1]. Исследования и наработки в рамках данной задачи позволят ответить на вопросы о свойствах и структуре адронов, обнаружить возможные проявления деконфайнмента, фазовых переходов, и, в конечном итоге, пролить свет на вопросы, касающиеся эволюции ранней Вселенной и образования нейтронных звезд.

В рамках научной программы по изучению горячей и плотной барионной материи в ОИЯИ (Россия, Дубна) активно реализуется проект, предусматривающий создание нового ускорительного комплекса на встречных пучках NICA (Nuclotron-based Ion Collider fAcility) [2] на базе существующего ускорителя и позволяющий исследовать взаимодействия тяжелых ионов в широком диапазоне атомных масс от легких ядер до ядер золота при энергии 4 – 11 ГэВ/нуклон в системе центра масс и светимости 10^{27} см⁻² · с⁻¹ при частоте до $6 \cdot 10^3$ столкновений в секунду.



Рис. 1: Схема многоцелевого детектора MPD коллайдера NICA

В одной из двух точек встречи пучков создаваемого ускорительного комплекса NICA будет располагаться многоцелевой детектор MPD, предназначенный для анализа столкновений тяжелых ионов [3]. Поскольку в данном энергетическом диапазоне приходится иметь дело с большим количеством частиц (множественность заряженных частиц доходит до 1000), то разрабатываемый детектор должен эффективно идентифицировать продукты рождения соударяющихся ядер и прецизионно измерять их параметры. В связи с этим, было принято решение сделать детектор MPD состоящим из различных детекторных подсистем (TPC, TOF, ZDC), дополняющих друг друга. Схема детектора показана на рисунке 1.

Основным детектором для регистрации треков заряженных частиц и их идентификации в центральной области псевдобыстрот является времяпроекционная камера TPC, сконструированная по аналогии с времяпроекционными камерами других экспериментов [4,5]. Схематическое изображение TPC детектора MPD приведено на рисунке 2.



Рис. 2: Схема времяпроекционной камеры TPC детектора MPD

Активный объем TPC заполнен газовой смесью аргона и метана (90% $Ar + 10\% CH_4$) и выполнен в виде двух коаксиальных цилиндрических поверхностей со встроенными в них с обоих торцов системами считывания (пэдовые плоскости) на основе многопроволочной пропорциональной камеры (MWPC). Однородное электрическое поле в активном объеме, необходимое для дрейфа электронов к пэдовым плоскостям, формируется при помощи центрального электрода и концентрических цилиндров. Магнитное поле в рабочем объеме TPC задается сверхпроводящим соленоидальным магнитом, поле которого имеет аксиальную компоненту $B_z = 5 \text{ к}\Gamma$ вдоль оси пучка Z и слабовыраженную радиальную компоненту B_r , и с высокой степенью точности является однородным (степень неоднородности $\frac{\Delta B_z}{B_z}$ не превышает величины порядка 10^{-4}). В данной работе радиальная компонента B_r полагалась равной нулю.

С учетом актуальной на данный момент геометрии длина TPC составляет 340 см, внешний радиус - 120,3 см, внутренний радиус - 40,3 см. Пэдовые плоскости с каждой стороны состоят из 12 трапецеидальных секторов MWPC. Угловой размер каждого сектора составляет 30°. Электроны, образующиеся при ионизации газа заряженными частицами, дрейфуют к пэдовым плоскостям считывающих камер. Пэды располагаются в пэдовых строках перпендикулярно оси сектора. Каждый из 24 секторов содержит 53 пэдовые строки: 27 из них состоят из пэдов размером 12х5 мм², оставшиеся 26 - из пэдов размером 18х5 мм². Количество пэдов в пэдовой строке переменное и зависит от ее длины: от 37 на нижней границе сектора до 122 на верхней. Общее количество пэдов в TPC около 100000.

1 Алгоритм поиска кластеров в ТРС

Алгоритм поиска кластеров включает в себя три стадии:

- 1. Поиск обобщенных кластеров в двумерном пространстве «Pad-Time» для всех пэдовых строк.
- 2. Поиск пиков во временном профиле каждого пэда для всех обобщенных кластеров.
- 3. Группировка близко находящихся друг к другу пиков в итоговые хиты с последующим определением их пространственных координат (формирование хитов).

В силу особенности пространственной структуры считывающей пэдовой плоскости, в качестве *y*-координаты принимается середина пэдовой строки, т.е. координаты *y* являются эквидистантными. Поиск координат *x* и *z* осуществляется внутри каждой пэдовой строки в двумерной плоскости «Pad-Time».

1.1 Поиск обобщенных кластеров

Первым этапом работы алгоритма является поиск обобщенных кластеров, наведенных на считывающую пэдовую плоскость. Обобщенный кластер – это непрерывная область с ненулевым зарядом в плоскости «Pad-Time». На рисунке За представлен пример распределения обобщенных кластеров для одного Au - Au события при энергии столкновения 9 ГэВ/нуклон, полученного с помощью генератора UrQMD [6,7].



Рис. 3: Распределение обобщенных кластеров (а) и найденных хитов (б) на пэдовой строке №1 для одного Au - Au события при энергии столкновения 9 ГэВ/нуклон

Алгоритм поиска обобщенных кластеров рекурсивно вызывает функцию «заливки» [8], принцип работы которой показан на рисунке 4. Для каждой ячейки на двумерной плоскости «Pad-Time» осуществляется поиск по восьми смежным ячейкам. Если в какой-либо смежной ячейке значение сигнала выше порогового, то она присоединяется к текущему обобщенному кластеру и для нее осуществляется поиск по смежным ячейкам. Ячейки со значением сигнала ниже порогового маркируются и в дальнейшем рассмотрении не участвуют. Таким образом, благодаря итерационному процессу, просматривается вся плоскость «Pad-Time». На выходе получается массив обобщенных кластеров, в которых осуществляется поиск пиков для дальнейшего формирования хитов.



Рис. 4: Схематический принцип работы функции «заливки»

1.2 Поиск пиков в кластерах

В случаях, когда два трека проходят близко друг к другу или пересекаются, внутри одного обобщенного кластера может находиться несколько пиков. Поэтому для каждого обобщенного кластера необходимо производить поиск отдельных пиков для формирования итоговых хитов. Пики определяются для каждого пэда во временном профиле и являются структурами, проявляющими последовательное возрастание и убывание сигнала.

На рисунке 5 представлен временной профиль сигнала для случайно выбранного пэда.



Рис. 5: Временной профиль сигнала для случайного пэда

Таким образом, пиком считается последовательность упорядоченных во времени сигналов в одном пэде, для которых выполнены следующие условия:

- 1. Сигнал в ячейке должен быть выше порогового значения,
- 2. Разность между значением сигнала в пике и в *i*-ом временном отсчете должна быть статистически значимой. Уровень значимости определяется как $Q_{peak} Q_i > 2\sqrt{Q_{peak}}$, где Q_{peak} значение сигнала в пике, Q_i значение сигнала в *i*-й ячейке,
- 3. Пик должен иметь как минимум два временных отсчета.

1.3 Формирование хитов

На данном этапе найденные пики объединяются в хиты, если они расположены достаточно близко друг к другу. Для рассматриваемой TPC два пика объединяются в хит, если расстояние между ними не превышает двух отсчетов по времени, и они находятся не дальше, чем на соседних пэдах.



Рис. 6: Группировка пиков в хиты

Координаты сформированных хитов в поперечной плоскости определяются по следующим формулам:

$$x_{pad} = \frac{\sum_{i} Q_{i} i_{pad}}{\sum_{i} Q_{i}},$$
$$t_{bucket} = \frac{\sum_{i} Q_{i} t_{peak}}{\sum_{i} Q_{i}},$$

где t_{peak} – координата пика по временной шкале, i_{pad} – координата пика по оси X, Q_i – заряд каждого пика.

 x_{pad} и t_{bucket} задают координаты пиков в пэдах и временных отсчетах. Для дальнейшего использования их необходимо перевести в пространственные координаты x и z:

$$x = (x_{pad} - N_{pad} + \frac{1}{2}) \cdot \Delta x_{pad},$$
$$z = \Delta t_{bucket} \cdot (t_{bucket} + \frac{1}{2}),$$
$$y = (r + \frac{1}{2}) \cdot \Delta y_{pad},$$

где N_{pad} – количество пэдов в строке, $\Delta x_{pad} = 0,5$ см – ширина пэда, $\Delta y_{pad} = 1,2$ см/1,8 см – высота пэда, $\Delta t_{bucket} = 0.33$ см – размер временного отсчета в единицах длины, r – номер строки.

В качестве иллюстрации работы алгоритма, на рисунке 36 представлены результаты поиска TPC хитов вместе с найденными кластерами на пэдовой строке №1 для одного Au - Au события при энергии столкновения 9 ГэВ/нуклон (ср. с рисунком 3а).

2 Оценки точности алгоритма

Важным критерием разработанного алгоритма, позволяющим сделать вывод о его работе, является эффективность, оценку которой возможно проводить как качественно, так и количественно.

2.1 Качественная оценка

На рисунке 7 представлены поперечные проекции Монте-Карло треков (а) и хитов, найденных посредством описанного выше алгоритма (б). Данное качественное сравнение показывает, что эффективность нахождения треков находится на достаточно высоком уровне. При этом видны разрывы некоторых треков, связанные с наличием в TPC «мертвых зон» – пространства между соседними секторами. Для события с более высокой множественностью (см. рисунок 8) отчетливо видна секторная структура пэдовой плоскости и «мертвые зоны» между соседними секторами.



Рис. 7: Поперечное распределение Монте-Карло точек (а) и найденных хитов (б)



Рис. 8: Поперечное распределение Монте-Карло точек (а) и найденных хитов (б) для события с высокой множественностью.

2.2 Количественная оценка, идеальный случай

Количественной мерой качества поиска хитов принято считать невязку (residual) - координатное отклонение найденного хита от Монте-Карло трека.

В данной работе использовался следующий алгоритм вычисления невязок: в отсутствие магнитного поля Монте-Карло точки, принадлежащие одному треку, аппроксимируются прямой линией, а затем вдоль соответствующих осей $(X \ u \ Z)$ вычисляется расстояние от найденных хитов до аппроксимирующей прямой.

На рисунке 9 представлены распределения невязок для треков, летящих под прямым углом к оси пучка ($\theta = 90^{\circ}$) и параллельно оси Y ($\phi = 90^{\circ}$). Видно, что для распределения по оси X среднеквадратичное отклонение аппроксимирующей функции составляет примерно 300 мкм для внутренних и 340 мкм для внешних пэдов. Аналогичная величина для распределения по оси Z составляет около 390 мкм независимо от размера пэдов, поскольку в продольной плоскости (вдоль оси Z) нет зависимости от размеров пэдов.



Рис. 9: Распределения невязок по осям X и Z ($\phi = 90^{\circ}, \theta = 90^{\circ}$)

2.3 Анализ невязок в зависимости от угловых характеристик

На рисунке 10 представлены распределения невязок для треков, летящих в диапазоне полярных углов $\theta = (30 \dots 150^\circ)$ и диапазоне азимутальных углов $\phi = (0 \dots 360^\circ)$. Появление на распределениях широких хвостов объясняется размытием откликов частиц вдоль соответствующих осей.



Рис. 10: Распределения невязок по осям X и Z ($\phi = 0^{\circ}..360^{\circ}, \theta = 30^{\circ}..150^{\circ}$)

На рисунке 12 показано влияние угла пролета на невязки по координатным осям X и Z. При такого рода анализе принято использовать обозначения углов, как показано на рисунке 11: угол пересечения (crossing angle) – угол между осью Y и проекцией трека на плоскость YX; угол падения (dip angle) – угол между осью Y и проекцией трека на плоскость YZ.



Puc. 11: Определение угла пересечения (crossing angle) и угла падения (dip angle)

На рисунках 12а и 12б представлены зависимости Х-невязки от угла пересечения для внутренних и внешних пэдов, соответственно. Для углов, превышающих по абсолютному

значению 10°, невязка может превышать 1,5 мм.



Рис. 12: Эксперимент MPD: распределения усредненных невязок по осям X и Z в зависимости от угла пересечения и угла падения (а, в соответствуют внутренним пэдам; б,г – внешним)

На рисунках 12.в и 12.г, по аналогии с рисунками 12.а и 12.6, представлены зависимости Z-невязки от угла падения для внутренних и внешних пэдов, соответственно. Значение невязки не превышает 1 мм только до углов, не превышающих по абсолютному значению 20°. Дальше невязка начинает сильно расти, достигая величин порядка 1 см. Это говорит о том, что треки, проходящие под малыми полярными углами θ , оставляют отклики в TPC, сильно размытые во времени. Данные размытия существенно усложняют процедуру поиска хитов.

На рисунке 13 представлены зависимости невязки от углов падения и пересечения для экспериментов STAR и ALICE. Результаты, представленные в данной работе, хорошо согласуются с аналогичными данными в эксперименте STAR и несколько уступают невязкам, полученным в эксперименте ALICE.



Рис. 13: Распределения усредненных невязок по осям X и Z в зависимости от угла пересечения и угла падения

3 Влияние краевых эффектов

На рисунках 12а и 126, где представлены распределения угла пересечения для внутренних и внешних пэдов на примере одного сектора пэдовой плоскости, по три точки с каждого края лежат на оси абсцисс. Исключение из рассмотрения данных точек обуславливается наличием краевых эффектов, которые выражены резким ростом X-невязок в данной области углов. Увидеть их влияние можно на рисунке 14, где представлены распределения X-невязок с учетом (верхняя строка) и без учета (нижняя строка) краевых эффектов.



Рис. 14: Влияние краевых эффектов на X-невязку ($\phi = 90^\circ, \theta = 90^\circ$)

Наличие краевых эффектов способствует росту числа найденных хитов, для которых значение X-невязки становится очень большим (порядка 1 см), что в конечном итоге существенно ухудшает эффективность трекинга, поскольку означает, что хит находится далеко от трека, которым был порожден. С точки зрения геометрии, области с присутствующими краевыми эффектами соответствуют краям секторов, из которых состоит считывающая пэдовая плоскость TPC. На рисунке 15 представлено распределение X-невязок для всех 12 секторов одной пэдовой плоскости.



Рис. 15: Зависимость X-невязки от азимутального угла ϕ в глобальных координатах **без учета (а)** и **с учетом (б)** краевых эффектов

На рисунке 15а узкие длинные полосы по границам определяют области больших и очень больших невязок. На данный момент принято решение отделить эти области и оставить их для дальнейшего детального анализа. Отделение производилось при помощи наложения ограничения на угловой размер сектора: с каждого конца убиралось по 3°. Тем самым, эффективный угловой размер сектора составляет 24°. На рисунке 15б представлено распределение аналогичное представленному на рисунке 15а, но уже с учтенными краевыми эффектами. Можно видеть, что вышеуказанным ограничением на угловой размер сектора удается хорошо убрать из рассмотрения области с большими невязками и оставить лишь те, где максимальное значение невязки в среднем не превышает 0,5 см, что согласуется с уже представленными результатами.

4 Нормализация ошибок алгоритма

Для последующей процедуры трекинга, помимо координат, крайне критична информация об ошибках найденных хитов. Данную информацию возможно извлечь, проведя анализ пулов – величин X_{pull} и Z_{pull} , равных отношению невязки вдоль соответствующей оси к ошибке, вычисляемой алгоритмом, вдоль этой же оси:

$$X_{pull} = \frac{X_{resid}}{X_{err}}$$

$$Z_{pull} = \frac{Z_{resid}}{Z_{err}},$$
(1)

где X_{resid} и Z_{resid} – невязки вдоль осей X и Z, а X_{err} и Z_{err} – ошибки, вычисляемые алгоритмом вдоль осей X и Z, соответственно.

На верхней строке рисунка 16 представлены распределения X_{pull} для внутренних и внешних пэдов, аппроксимированные функцией Гаусса.



Рис. 16: Распределения ненормированной (верхняя строка) и нормированной (нижняя строка) величины X_{pull}

В нашем случае среднеквадратическое отклонение фита σ_{fit}^x составляет порядка 0, 1, в то время как при оптимальном балансе между невязкой и ошибкой оно должно быть в районе единицы. Поскольку анализ невязок показал хорошее их соответствие другим экспериментам (STAR, ALICE), то полученное значение величины σ_{fit}^x приводит к мысли, что ошибки по X - координате найденных алгоритмом хитов являются большими и требуют внесения корректировок. Корректировка подразумевает поиск некоторой константы C_x , которая делает условие 2 справедливым.

$$\sigma_{fit \ corrected}^x = \sigma\left(\frac{X_{pull}}{C_x}\right) \approx 1,\tag{2}$$

где X_{pull} определяется по формуле 1, а $\sigma_{fit\ corrected}^x$ – среднеквадратичное отклонение нового фита величины X_{pull} максимально близкое к единице. Подбор корректирующего коэффициента C_x проводился как для внешних, так и для внутренних пэдов в зависимости от имульса частиц и длины пробега в ТРС. Эмпирически было установлено, что в данной постановке задачи его значение весьма слабо зависит от перечисленных выше параметров, и поэтому, как для внутренних, так и для внешних пэдов C_x был выбран одинаковым. С учетом полученного коэффициента C_x нормализованные X_{pull} выглядят как показано на нижней строке рисунка 16. В дальнейшем, работа по изучению влияния дополнительных параметров на корректирующий коэффициент C_x будет продолжена.

В отношении величины Z_{pull} корректирующий коэффициент C_z полагался равным единице, поскольку среднеквадратическое отклонение аппроксимирующей функции для распределения данной величины очень близко к единице. Данный факт указывает на корректность полученной ошибки Z_{err} найденных хитов в рамках самого алгоритма.

5 Оценка импульсного разрешения

Полученные выше результаты исследования алгоритма пространственной реконструкции отклика частиц и их хорошая согласованность с результатами других экспериментов дают обоснование возможности использования выходных данных алгоритма в качестве входных данных для трекинга.

В данной работе исследовалось импульсное разрешение частиц в TPC в зависимости от размера пэдов. В качестве передаваемых трекингу координат хитов и нормализованных ошибок использовались выходные данные алгоритма. Следует отметить, что на данный момент исследование импульсного разрешения выполнялось в предположении одинакового размера как внутренних, так и внешних пэдов.

Как известно, импульсное разрешение определяется по следующей формуле:

$$\frac{\Delta p_t}{p_t}, \% = \frac{p_t^{rec} - p_t^{sim}}{p_t^{sim}} \cdot 100\%,$$

где p_t^{sim} – известный поперечный импульс моделированного трека, p_t^{rec} – поперечный импульс реконструированного трека.

На рисунке 17 представлены импульсные разрешения для целого набора высот H_{pad} и ширин W_{pad} пэдов. H_{pad} выбирались с расчетом, чтобы на всю длину считывающего сектора TPC приходилось целое число пэдовых строк. Поскольку эффективная высота сектора $H_{sect} = 79,2$ см, то анализ проводился для секторов, содержащих 66, 55, 44 и 33 строки, что соответствует $H_{pad} = 1,2$; 1,44; 1,8 и 2,4 см.

Ширина пэда существенно влияет на импульсное разрешение не для всех H_{pad} . Хорошо видно, что влияние ширины пэда становится тем меньше, чем больше высота пэда. Для пэдов высотой $H_{pad} = 2,4$ см разрешение практически не зависит от ширины.

На рисунке 18 представлено импульсное разрешение для различных высот пэдов при фиксированной ширине $W_{pad} = 0,5$ см. Данная величина выбрана в соответствии с техническим дизайн-проектом времяпроекционной камеры, предполагающем использование пэдов именно такой ширины (см. Введение). Особое внимание на данном рисунке следует обратить на зависимость, иллюстрирующую поведение импульсного разрешения при $H_{pad} = 1,8$ см, поскольку данное значение соответствует значению высоты внешних пэдов, взятое из актуальной версии геометрии TPC.



Рис. 17: Импульсное разрешение для различных высот и ширин пэдов



Рис. 18: Импульсное разрешение для $W_{pad} = 0,5$ см и различных H_{pad} , полученное с использованием алгоритма поиска откликов частиц в ТРС

Предыдущая версия трекинга, не использующая алгоритм поиска откликов частиц в TPC, была основана на математическом размытии Монте-Карло точек без моделирования работы TPC. Импульсное разрешение для такого подхода (см. рисунок 19) имеет,

безусловно, лучшие показатели, чем при использовании реалистичного моделирования работы TPC с последующим поиском откликов.



Рис. 19: Импульсное разрешение для различных высот H_{pad} , полученное без использования алгоритма поиска откликов частиц в ТРС

Однако использование алгоритма поиска откликов (ср. рисунок 18 и рисунок 19) дает весьма неплохую предварительную верхнюю оценку импульсного разрешения частиц в TPC. Дальнейшие действия в рамках данного вопроса будут направлены на получение оценки импульсного разрешения с использованием реальной геометрии считывающего сектора, т.е., с использованием слоев внутренних и внешних пэдов разной высоты.

Заключение

В работе описан алгоритм поиска пространственных хитов во времяпроекционной камере детектора MPD, реализованный в программном комплексе MpdRoot [9]. Приведенные качественные и количественные оценки его эффективности позволили сделать вывод о высокой точности работы алгоритма и показали хорошую согласованность получаемых результатов с результатами других физических экспериментов.

Было установлено, что наличие "мертвых зон" – граничных областей между секторами считывающей пэдовой плоскости, где нет пэдов, обуславливает присутствие краевых эффектов, которые определяют неконтролируемый рост X-невязок до величин порядка 1 см и более на краях секторов. Данный факт подтверждается сравнением распределений невязок в двух предположениях: с учетом и без учета краевых эффектов. Установлено, что наибольший деструктивный вклад в распределения обуславливается преимущественно теми областями, где доминируют краевые эффекты.

Авторами была отмечена важность процедуры корректировки ошибок алгоритма, которая является вполне естественной и делается во многих экспериментах. Значимость этой процедуры высокая, поскольку в качестве входных параметров для трекинга используются не только пространственные координаты хитов, но и соответствующие им вычисленные ошибки. Отмечено, что изначально большие ошибки, выдаваемые алгоритмом, не свидетельствуют о его неприменимости, поскольку детальный анализ невязок доказывает обратное. В завершение работы представлены оценочные значения импульсного разрешения частиц в TPC, полученные путем использования найденных алгоритмом пространственных координат хитов и нормализованных ошибок, в предположении одинаковых размеров пэдов. Результаты хорошо согласуются с полученными ранее без использования алгоритма поиска реалистичных хитов в TPC.

Список литературы

- J. Kapusta, B. Muller, J. Rafelski. Quark-Gluon Plasma: Theoretical Foundations: An Annotated Reprint Collection // Elsevier Science. 2003. 836 p.
- [2] Ускорительно-накопительный комплекс NICA. Технический проект / Под общ. ред. Мешкова И. Н. и Сидорина А. О. Дубна: ОИЯИ. 2009. 72 с.
- [3] Abraamyan Kh. U. et al. The MPD detector at the NICA heavy-ion collider at JINR // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. 2011. A628. P. 99-102.
- [4] ALICE Technical Design Report of the Time Projection Chamber. CERN/LHCC 2000-001, ALICE TDR 7, January 2000. 208 c.
- [5] Ackermann K. H. et al. Time Projection Chamber // Nucl.Phys. 1999. A661. P. 681-685.
- [6] Bass S. A. et al. Microscopic Models for Ultrarelativistic Heavy Ion Collisions // Prog. Part. Nucl. Phys. 1998. P. 225-370.
- [7] Bleicher M. et al. Relativistic hadron-hadron collisions in the ultra-relativistic quantum molecular dynamics model // Nucl. Part. Phys. 1999. V. 25. P. 1859-1896.
- [8] Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики. Пер. с англ. М.: Мир. 1989. 512 с.
- [9] Официальный сайт проекта NICA MPD в сети Интернет: http://mpd.jinr.ru